

Einleitung

Bereits seit dem 9. Jahrhundert wurde die Existenz des sog. Bielefelds in einer Vielzahl von wissenschaftlichen und nichtwissenschaftlichen Veröffentlichungen postuliert [1]. Diese Publikation soll sich mit der Widerlegung dieser unwahren Behauptungen mithilfe der Methoden der Mathematik und der Logik beschäftigen.

Beweis

Sei P die Aussage „Bielefeld existiert“. Dann existiert Bielefeld genau dann, wenn P wahr ist, also: $P \leftrightarrow$ Bielefeld existiert.

Umgekehrt gilt: $\neg P \leftrightarrow$ Bielefeld existiert nicht.

Sei außerdem Q die Aussage „Ein Beweis dafür, dass Bielefeld nicht existiert, wurde erbracht“. Dann ist offensichtlich, dass $Q \leftrightarrow \neg P$ und außerdem $P \leftrightarrow \neg Q$. Der Laie sollte hier beachten, dass die Umkehraussagen $\neg P \leftrightarrow Q$ und $\neg Q \leftrightarrow P$ im allgemeinen selbstverständlich nicht(!) wahr sind, dass also aus $\neg Q$ keine Aussage über P und aus $\neg P$ keine über Q folgt. Dieser Anfängerfehler sollte tunlichst vermieden werden.

Der Beweis kann nun durch die Einführung einer dritten Aussage erfolgen: Sei M die Aussage „Das Preisgeld von 1 Million ? wird für einen erbrachten Beweis für die Nichtexistenz Bielefelds ausgezahlt“. Dann ist klar, dass $M \rightarrow Q$ bzw. $M \rightarrow \neg P$ gilt. Desweiteren kann von einer nichtexistenten Stadt kein Preisgeld ausgezahlt werden. Daher gilt $\neg P \rightarrow \neg M$ und auch die Umkehraussage $M \rightarrow P$. Unser Problem behandelt 3 Aussagen, welche alle entweder wahr oder falsch sind. Es gibt also $2^3 = 8$ Kombinationsmöglichkeiten:

(M, Q, P) , $(M, Q, \neg P)$, $(M, \neg Q, P)$, $(M, \neg Q, \neg P)$, $(\neg M, Q, P)$, $(\neg M, Q, \neg P)$, $(\neg M, \neg Q, P)$ und $(\neg M, \neg Q, \neg P)$

Einige davon können wir aufgrund der zuvor getroffenen Aussagen ausschließen:

(M, Q, P) und $(\neg M, Q, P)$; denn $Q \rightarrow \neg P$

$(M, \neg Q, P)$ und $(M, \neg Q, \neg P)$; denn $M \rightarrow Q$

$(M, Q, \neg P)$; denn $\neg P \rightarrow \neg M$

$(\neg M, \neg Q, P)$; denn $\neg M \rightarrow \neg P$.

Nach dem Streichen dieser unmöglichen Szenarien bleiben nur noch zwei übrig:

$(\neg M, \neg Q, \neg P)$ und $(\neg M, Q, \neg P)$.

Wenn wir diese aus der logisch-mathematischen Sprache wieder in die Deutschzurückübersetzen, erhalten wir die beiden Aussagen:

1. Es wurde kein Preisgeld ausgezahlt, der Beweis wurde nicht erbracht, Bielefeld existiert nicht

2. Es wurde kein Preisgeld ausgezahlt, der Beweis wurde erbracht, Bielefeld existiert

Beide möglichen Szenarien besagen nun, dass P nicht wahr ist, also

$\neg P \rightarrow$ Bielefeld existiert nicht

Deutung

Es ist offensichtlich, dass die Aussagen 1 und 2 nicht gleichzeitig wahr sein können. Dass dies kein logischer Widerspruch ist, lässt dich ganz einfach veranschaulichen: Ganz egal ob jemand sich die Mühe macht, den Beweis dafür zu erbringen, Bielefeld existiert nicht und das Preisgeld wird nicht ausgezahlt. Dies ist analog zur Aussage, dass ein umfallender Baum im Wald auch dann ein Geräusch macht, wenn niemand dort ist um ihm zuzuhören, eine Tatsache die dank moderner Tonaufnahmetechnologie recht einfach zu beweisen ist. Tatsächlich spiegeln nämlich die Aussagen den chronologischen Verlauf der Ereignisse wieder. Aussage 1 war wahr, bevor diese Publikation veröffentlicht und damit der Beweis erbracht wurde ($\neg Q$). Mit dem Veröffentlichen meiner Ergebnisse wird der Beweis für die Nichtexistenz Bielefelds jedoch erbracht (Q), womit Aussage 2 wahr wird.

Weitere Folgen

Die Debatte über die Existenz Bielefelds sollte mit diesem Beweis nun ein Ende finden. Leider zeigen meine Ergebnisse jedoch auch eindeutig, dass ich trotz erfüllter Aufgabenstellung des Wettbewerbs das Preisgeld von einer Million ? nicht erhalten werde. Das ist schade, aber die Befriedigung, eine lange ungeklärte Frage endlich eindeutig beantwortet zu haben ist mir Lohn genug.

Widerlegung

Herr Béringuier bemüht sich, einen mathematischen Beweis zu führen. Die schöne Darstellung erweckt stilistisch den Eindruck eines Lehrbuchs der Mathematik.

Argumentationskette

Herr Béringuier formalisiert seine „Beweisführung“ zunächst, in dem er drei „Aussagen“ im Sinne der mathematischen Logik aufstellt. Diese sind

- Bielefeld existiert.
- Der Beweis der Nichtexistenz Bielefelds wurde erbracht.
- Das Preisgeld wird ausgezahlt.

So dann stellt Herr Béringuier zusammen, welche Implikationen zwischen diesen Aussagen offensichtlich gelten müssen. Diese sind

- 1) Wenn der Beweis der Nichtexistenz Bielefeld erbracht wurde, dann existiert Bielefeld nicht.
- 2) Wenn das Preisgeld ausgezahlt wird, dann wurde der Beweis der Nichtexistenz erbracht.
- 3) Wenn Bielefeld nicht existiert, wird das Preisgeld nicht ausgezahlt.

Diese drei Implikationen, die Teil der mathematischen Modellierung sind, können meines Erachtens bedenkenlos als korrekt akzeptiert werden, denn auch die dritte dieser Implikationen ist gut begründet: Wer sollte das Preisgeld auszahlen, wenn die Stadt gar nicht existiert?

Mathematisch korrekt sind mit einer Ausnahme dann die weiteren Schlußfolgerungen, die Herr Béringuier bis zum Ende des ersten Absatzes in Abschnitt 2 (Beweis) aus diesen drei Implikationen zieht. Aufgrund eines Fehlers am Ende des ersten Absatzes erübrigt sich die weitere Lektüre.

Der Fehler

Herr Béringuier schmuggelt eine nicht begründete weitere Implikation in den Text. Nachdem er weiter oben in Abschnitt 2 (Beweis) noch vor dem Anfängerfehler warnt, Aussagen falsch zu negieren, scheint er genau dies zu tun, wenn er behauptet, daß auch die Umkehraussage $\neg M \rightarrow \neg P$ gelten würde. In Worten: Herr Béringuier behauptet hier, daß auch die Aussage

- a) Wenn das Preisgeld nicht ausgezahlt wird, dann existiert Bielefeld nicht.

gelten würde. Herr Béringuier gibt keinerlei Begründung für diese Implikation, und sie folgt nicht aus den drei oben genannten Implikationen.

Die weitere Argumentationskette in Abschnitt 2 (Beweis) wird damit überflüssig, denn abkürzend könnte aus den nun vier genannten Implikationen direkt gefolgert werden, daß Bielefeld nicht existiert:

Entweder,

- das Preisgeld wird ausgezahlt, dann existiert Bielefeld nicht gemäß Implikation 2), oder
- das Preisgeld wird nicht ausgezahlt, dann existiert Bielefeld nicht gemäß Implikation a).

Kommentar

Diese Einreichung ist als versuchter mathematischer Beweis weniger überzeugend. Der (notwendigerweise vorhandene) Fehler ist recht offensichtlich. Anstelle eines geschickten Verstecks versucht der Autor den Fehler durch die schiere Länge der Argumentation weniger auffällig zu machen.

Schön ist dagegen die (im Rahmen der in diesem "Beweis" als wahr angenommenen Implikationen) korrekte Folgerung in Abschnitt 4 (Weitere Folgen). Herr Béringuier hat in der Tat bewiesen, daß das Preisgeld nicht ausgezahlt werden wird, egal, ob Bielefeld existiert oder nicht, vgl. Negation der Implikationen 1) und 2) sowie Implikation 3).