



Does Bielefeld exist? – Thomas Opfer

Introduction

While a lot of people still believe that the non-existence of Bielefeld has to be shown, it is quite obvious. In this paper, we give a very catchy and plausible proof, answering once and for all the question whether Bielefeld exists.

The non-existence of Bielefeld

Lemma. *Bielefeld has no inhabitants.*

Proof. Let I_B be the number of inhabitants of Bielefeld. Let $j = I_B + 1$. Let $N \in \mathbb{N}$ be the largest upper bound of j . If $N > 1$, then also $N^2 > N$ would be an upper bound of j contradicting N being the largest upper bound of j . Thus $N \nless 1$ implying $N \leq 1$. With $j \leq N$ and $I_B = j - 1$ we have $I_B \leq 0$.

From this lemma, we can quickly deduce the following corollary which is the desired result.

Corollary. *Bielefeld does not exist.*

Proof. A city without inhabitants cannot be claimed to exist.

Widerlegung

Herr Opfer führt einen scheinbar rigorosen mathematischen Beweis, der von der Argumentationsführung und Präsentation her perfekt den Gepflogenheiten in der Mathematik entspricht. Die knappe, elegante "Beweisführung" macht seine Einreichung für Mathematiker leicht zu lesen.

Argumentationskette

Im ersten Schritt (Lemma) möchte Herr Opfer etablieren, daß Bielefeld keine Einwohner hat. Dann zieht er als — meines Erachtens zulässiges — Korollar die Schlußfolgerung, daß Bielefeld als Stadt nicht existiert.

Der Fehler

Im Beweis, daß Bielefeld keine Einwohner hat (siehe Lemma) verwendet Herr Opfer implizit, daß es eine natürliche Zahl gibt, die eine größte obere Schranke an die Einwohnerzahl ist.*

Eine solche natürliche Zahl kann es nicht geben.**

Unter der Annahme, daß es eine solche größte obere Schranke gäbe, ist die restliche Beweisführung wiederum einwandfrei: Herr Opfer konstruiert aus dieser oberen Schranke eine neue obere Schranke und zeigt, daß diese neue obere Schranke größer ist als die ursprüngliche, es sei denn, die Einwohnerzahl Bielefelds ist Null. Da die Existenz der neuen oberen Schranke im Widerspruch steht zur Wahl der ursprünglichen oberen Schranke als die größtmögliche, folgert Herr Opfer korrekt, daß Bielefeld keine Einwohner haben kann.

Kommentar

Bei dieser Einreichung handelt es sich um ein schönes Beispiel von Mathematikerhumor, bei dem es darum geht, etwas offensichtlich Falsches zu "beweisen" und dabei den Fehler möglichst gut zu verstecken.

Der "Beweis" von Herrn Opfer zeigt eigentlich, daß es nur zwei mögliche obere Schranken an die Einwohnerzahl Bielefelds geben kann, nämlich Null oder Unendlich. Dies ist nicht zu verwechseln mit einer Aussage über die tatsächliche Einwohnerzahl, denn die Schranke Unendlich läßt jede beliebige tatsächliche Einwohnerzahl zu.

*Zur Erinnerung: Die natürlichen Zahlen sind 1,2,3,4,... Manchmal wird auch 0,1,2,3,4,... verwendet.

**Es kann keine natürliche Zahl geben, die als größte obere Schranke an die Einwohnerzahl gelten kann. Nehmen wir an, 400 000 wäre eine solche Schranke. Dann ist 500 000 ebenfalls eine obere Schranke an die Einwohnerzahl, und offensichtlich größer. Dieses Argument funktioniert mit jeder denkbaren natürlichen Zahl als obere Schranke: Wir können immer eine noch größere Zahl finden, die dann automatisch auch eine obere Schranke an die Einwohnerzahl ist. Die einzige wirklich größte obere Schranke ist Unendlich, und Unendlich ist keine natürliche Zahl.